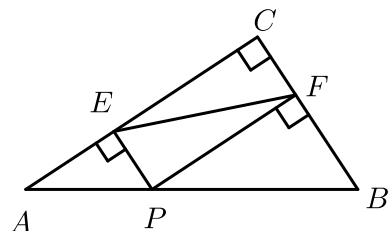


第2讲最值问题（练习）

1. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中， $\angle C = 90^\circ$ ， $AC = 6$ ， $BC = 8$ ， P 是 AB 上一动点， $PF \perp BC$ 于点 F ， $PE \perp AC$ 于点 E ，连接 EF ，则线段 EF 的最小值是_____。



【答案】 4.8

【解析】 连接 PC ，

$\because PE \perp AC$ ， $PF \perp BC$ ，

$\therefore \angle PEC = \angle PFC = \angle C = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 四边形 $ECFP$ 是矩形，

$\therefore EF = PC$ ，

$\therefore$ 当 PC 最小时， EF 也最小，

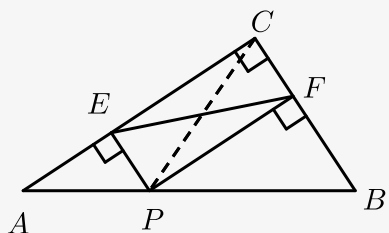
即当 $CP \perp AB$ 时， PC 最小，

$\because AC = 6$ ， $BC = 8$ ，

$\therefore AB = 10$ ，

$\therefore PC$ 的最小值为： $\frac{AC \cdot BC}{AB}$ 。

$\therefore$ 线段 EF 长的最小值为4.8。



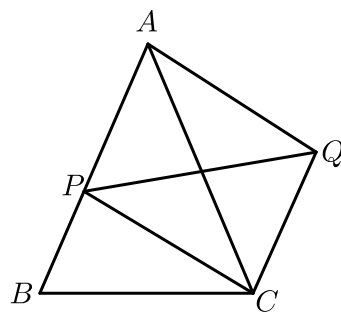
【标注】 【知识点】 矩形的性质

【知识点】 垂线段最短

【知识点】 勾股定理

【能力】 运算能力

2. 如图，在 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 45^\circ$ ， $AB = AC = 8$ ， P 为 AB 边上一动点，以 PA 、 PC 为边作平行四边形 $PAQC$ ，则对角线 PQ 的最小值为 _____ 。



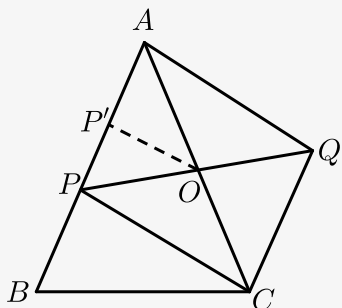
【答案】 $4\sqrt{2}$

【解析】 $\because$ 四边形 $APCQ$ 是平行四边形，

$$\therefore AO = CO, OP = OQ,$$

$\therefore PQ$ 最短也就是 PO 最短，

$\therefore$ 过 O 作 $OP' \perp AB$ 于 P' ，



$$\therefore \angle BAC = 45^\circ,$$

$\therefore \triangle AP'O$ 是等腰直角三角形，

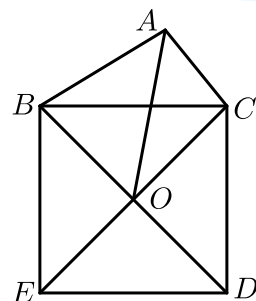
$$\therefore AO = \frac{1}{2} AC = 4,$$

$$\therefore OP' = \frac{\sqrt{2}}{2} AO = 2\sqrt{2},$$

$$\therefore PQ \text{的最小值} = 2OP' = 4\sqrt{2}.$$

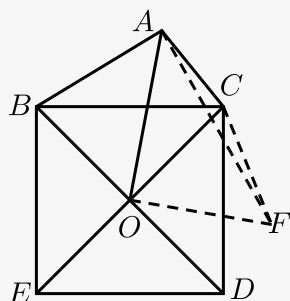
【标注】 【知识点】 利用垂线段最短求最值

3. $\triangle ABC$ 中， $AB = 4$ ， $AC = 2$ ，以 BC 为边在 $\triangle ABC$ 外作正方形 $BCDE$ ， BD 、 CE 交于点 O ，则线段 AO 的最大值为 _____ 。



【答案】 $3\sqrt{2}$

【解析】 如图，以 AO 为边做等腰直角 $\triangle AOF$ ，且 $\angle AOF = 90^\circ$ ，



$\because$ 四边形 $BCDE$ 是正方形，

$\therefore BO = CO$ ， $\angle BOC = 90^\circ$ 。

$\because \triangle AOF$ 是等腰直角三角形，

$\therefore AO = FO$ ， $AF = \sqrt{2}AO$ 。

$\because \angle BOC = \angle AOF = 90^\circ$ ，

$\therefore \angle AOB = \angle COF$ ，且 $BO = CO$ ， $AO = FO$ ，

$\therefore \triangle AOB \cong \triangle FOC (SAS)$ ，

$\therefore AB = CF = 4$ 。

若点 A ，点 C ，点 F 三点不共线时， $AF < AC + CF$ ，

若点 A ，点 C ，点 F 三点共线时， $AF = AC + CF$ ，

$\therefore AF \leq AC + CF = 2 + 4 = 6$ ，

$\therefore AF$ 的最大值为 6。

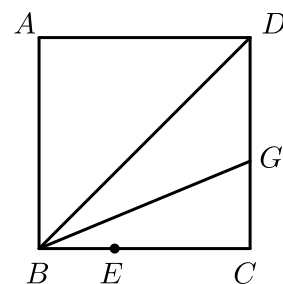
$\because AF = \sqrt{2}AO$ ，

$\therefore AO$ 的最大值为 $3\sqrt{2}$ ，

故答案为： $3\sqrt{2}$ 。

【标注】 【知识点】正方形与全等综合

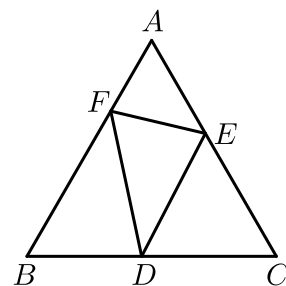
4. 正方形对角线 BD 长为 10， BG 是 $\angle DBC$ 的角平分线，点 E 是 BC 边上的动点，在 BG 上找一点 F ，则 $CF + EF$ 的最小值为 _____。



【答案】 5

【标注】【知识点】线段和的最小值

5. 已知等边 $\triangle ABC$ ，边长为4， D 、 E 、 F 分别为三边上的动点，则 $\triangle DEF$ 的周长最小值为 _____ 。



【答案】 6

【解析】 作 D 关于 AB 的对称点 D_1 ，关于 AC 的对称点 D_2 ，

$$\text{则 } C_{\triangle DEF} = DE + EF + DF = D_1F + EF + D_2E = D_1D_2,$$

在 $\triangle D_1AD_2$ 中： $\angle D_1AD_2 = 2\angle BAC = 120^\circ$ ，且 $D_1A = D_2A = DA$ ，

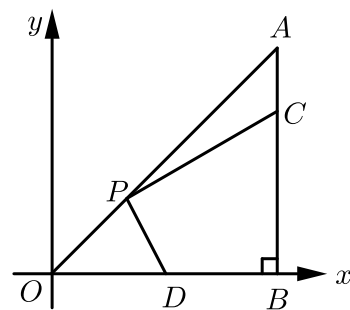
$$\therefore D_1D_2 = \sqrt{3}D_1A = \sqrt{3}DA = \sqrt{3} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}BC = \frac{3}{2}BC = 6.$$

【标注】【能力】运算能力

【知识点】其他路径最短问题

【知识点】轴对称的性质

6. 如图，在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中， $\angle OBA = 90^\circ$ ， $A(4, 4)$ ，点 C 在边 AB 上，且 $\frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$ ，点 D 为 OB 的中点，点 P 为边 OA 上的动点，当点 P 在 OA 上移动时，使四边形 $PDBC$ 周长最小的点 P 的坐标为 () 。



A. (2, 2)

B. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

C. $(\frac{8}{3}, \frac{8}{3})$

D. (3, 3)

【答案】 C

【解析】 $\because$ 在 $\text{Rt}\triangle ABO$ 中, $\angle OBA = 90^\circ$, $A(4, 4)$,

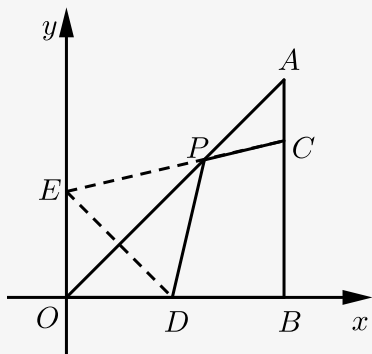
$\therefore AB = OB = 4$, $\angle AOB = 45^\circ$,

$\because \frac{AC}{CB} = \frac{1}{3}$, 点 D 为 OB 的中点,

$BC = 3$, $OD = BD = 2$,

$\therefore D(0, 2)$, $C(4, 3)$,

作 D 关于直线 OA 的对称点 E , 连接 EC 交 OA 于 P ,



则此时, 四边形 $PDBC$ 周长最小, $E(0, 2)$,

$\therefore$ 直线 OA 的解析式为 $y = x$,

设直线 EC 的解析式为 $y = kx + b$,

$$\therefore \begin{cases} b = 2 \\ 4k + b = 3 \end{cases},$$

$$\text{解得: } \begin{cases} k = \frac{1}{4} \\ b = 2 \end{cases},$$

$\therefore$ 直线 EC 的解析式为 $y = \frac{1}{4}x + 2$,

$$\text{解: } \begin{cases} y = x \\ y = \frac{1}{4}x + 2 \end{cases},$$

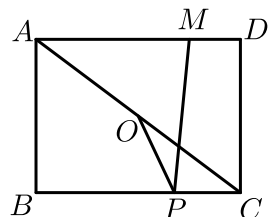
$$\text{得: } \begin{cases} x = \frac{8}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases},$$

$$\therefore P\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{3}\right).$$

故选C.

【标注】【知识点】一次函数与轴对称最值问题

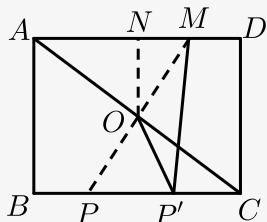
7. 如图，在矩形ABCD中， $AB = 3$ ， $AD = 4$ ，连接AC，O是AC的中点，M是AD上一点，且 $MD = 1$ ，P是BC上一动点，则 $PM - PO$ 的最大值为_____.



【答案】 $\frac{\sqrt{13}}{2}$

【解析】 连接MO并延长，则点P在MO与BC的交点处时， $PM - PO$ 的值最大，此时

$$PM - PO = OM,$$



$\therefore$ 在BC上取异于此点的一点 P' 点处，则点 P' 、O、M构成三角形，由三角形三边关系可知， $P'M - P'O < OM$ ，

$\therefore$ 当点P在MO与BC的交点处时， $PM - PO$ 的值最大，且最大值为OM的长，过点O作 $ON \perp AD$ 于点N，如上图所示，则 $\angle ONM = 90^\circ$ ，

$\therefore$ 在矩形ABCD中， $AB = DC = 3$ ， $AD = BC = 4$ ， $\angle D = 90^\circ$ ，

$\therefore CD \perp AD$ ，

$\therefore ON \parallel CD$ ，

$\therefore O$ 是AC的中点，

$\therefore N$ 是AD的中点，

$$\therefore AN = DN = \frac{1}{2}AD = 2,$$

$\therefore ON$ 是 $\triangle ACD$ 的中位线，

$$\therefore ON = \frac{1}{2}DC = \frac{3}{2},$$

$\therefore MD = 1$ ，

$$\therefore MN = DN - MD = 2 - 1 = 1,$$

在Rt△OMN中，由勾股定理得：

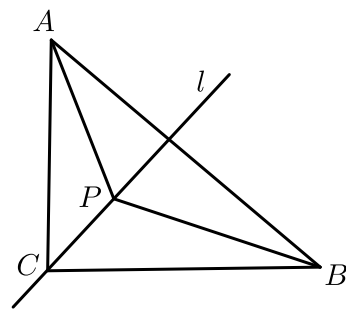
$$OM = \sqrt{ON^2 + MN^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 + 1^2} = \frac{\sqrt{13}}{2},$$

$$\therefore PM - PO \text{ 的最大值为 } \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

$$\text{故答案为: } \frac{\sqrt{13}}{2}.$$

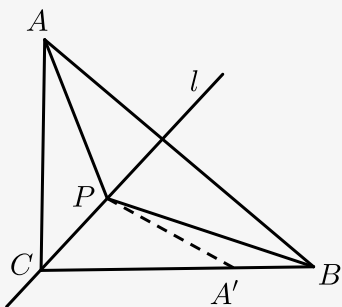
【标注】【知识点】中点类综合计算与证明

8. 如图，在△ABC中，∠ACB = 90°，BC = 8，AC = 6，若点P在∠ACB的角平分线所在的直线l上，那么|AP - BP|的最大值为 _____。



【答案】 2

【解析】 在CB上取点A'，使CA' = CA，



∵ 直线l是∠ACB的角平分线所在直线，

$$\therefore \angle ACP = \angle A'CP,$$

在△ACP和△A'CP中，

$$\begin{cases} AC = A'C \\ \angle ACP = \angle A'CP, \\ CP = CP \end{cases}$$

$$\therefore \triangle ACP \cong \triangle A'CP (\text{SAS}),$$

$$\therefore PA = PA',$$

$$\therefore |AP - BP| = |A'P - BP|,$$

在 $\triangle PA'B$ 中, $|A'P - BP| < A'B$,
 当 P 与 C 重合时, $|A'P - BP| = A'B$,
 $\therefore AC = A'C = 6$, $BC = 8$,
 $\therefore A'B = BC - A'C = 2$,
 $\therefore |A'P - BP| \leq 2$,
 $\therefore |AP - BP| \leq 2$,
 故答案为2.

【标注】【能力】运算能力

【能力】推理论证能力

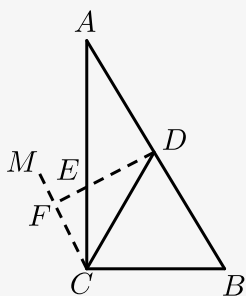
【知识点】SAS

【知识点】全等三角形的对应边与角

9. $\triangle ABC$ 中, $\angle A = 30^\circ$, $\angle C = 90^\circ$, D 是斜边 AB 的中点, E 是 AC 边上的动点, 若 $AB = 4$, 则 $DE + \frac{1}{2}CE$ 的最小值为 _____.

【答案】 $\sqrt{3}$

【解析】如图, 作 $\angle ACM = 30^\circ$, 过点 D 作 $DF \perp CM$ 交 AC 于 E , 交 CM 于 F ,



$\therefore \angle DFC = 90^\circ$, $\angle ACF = 30^\circ$,
 $\therefore EF = \frac{1}{2}AC$,
 $\therefore DE + \frac{1}{2}CE = DE + EF \geq DF$,
 $\therefore$ 当且仅当 D 、 E 、 F 三点共线, 且 $DF \perp CM$ 时, $DE + \frac{1}{2}CE$ 取得最小值为 DF ,
 $\therefore \angle A = 30^\circ$, $\angle ACB = 90^\circ$, $AB = 4$, 点 D 是斜边 AB 的中点,
 $\therefore DA = DC = DB = 2$,
 $\therefore \angle A = \angle DCA = 30^\circ$,
 $\therefore \angle DCF = 60^\circ$,
 在 $\text{Rt}\triangle DFC$ 中, $\angle DCF = 60^\circ$, $\angle DFC = 90^\circ$,

$$\therefore CF = \frac{1}{2}CD = 1, DF = \sqrt{3},$$

$$\therefore DE + \frac{1}{2}CE \text{ 的最小值为 } \sqrt{3}.$$

【标注】【思想】数形结合思想

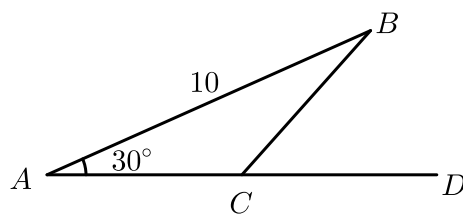
【能力】推理论证能力

【能力】运算能力

【知识点】直角三角形斜边中线性质的应用

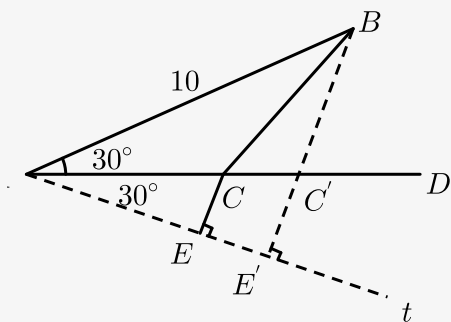
【知识点】30°特殊角的性质应用

10. 已知：△ABC中，∠A = 30°，AB = 10，C是射线AD上一动点，求当C在何处时，AC + 2BC取最小值？最小值是多少？



【答案】当C在C'处，最小值为 $10\sqrt{3}$ 。

【解析】过点A在AD下方作射线t，使t与AD夹角30°，
过点C作t的垂线，垂足为E，



$$\text{则在Rt}\triangle ACE\text{中, } EC = \frac{1}{2}AC,$$

$$\therefore EC + BC = \frac{1}{2}AC + BC = \frac{1}{2}(AC + 2BC),$$

$$\because C \text{ 点在 } AD \text{ 上运动,}$$

$$\therefore \text{直接过点 } B \text{ 作 } t \text{ 的垂线, 交于点 } E',$$

$$\text{则 } EC + BC \geq E'C' + BC',$$

$$\therefore AC + 2AB = 2(EC + BC) \geq 2BE'$$

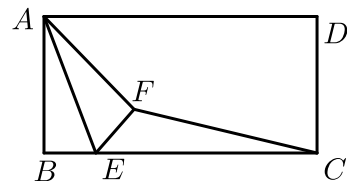
$$= 2 \times 5\sqrt{3}$$

$$= 10\sqrt{3},$$

此时 C 在 C' 处.

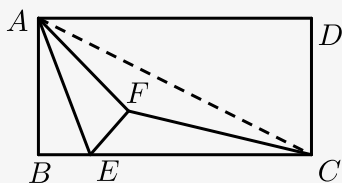
【标注】【知识点】解直角三角形的综合应用

11. 如图, 矩形 $ABCD$ 中, $AB = 4$, $AD = 6$, 在 BC 边上取一点 E , 沿直线 AE 把矩形的一角折叠得 $\triangle AEF$, 连接 CF , 则 CF 的最小值为 _____.



【答案】 $2\sqrt{13} - 4$

【解析】连 AC ,



则 $CF \geq AC - AF$,

$\because AC = 2\sqrt{13}$, $AF = AB = 4$,

$\therefore CF_{\min} = 2\sqrt{13} - 4$.

【标注】【思想】数形结合思想

【能力】运算能力

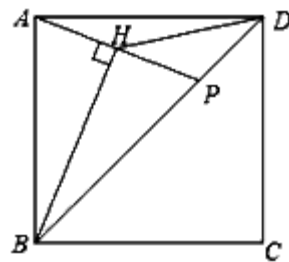
【能力】推理论证能力

【知识点】矩形的性质

【知识点】其它翻折问题

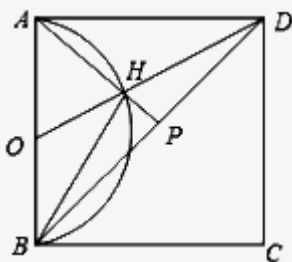
【知识点】轴对称的定义

12. 如图, 点 P 是正方形 $ABCD$ 的对角线 BD 上的一个动点 (不与 B 、 D 重合), 连接 AP , 过点 B 作直线 AP 的垂线, 垂足为 H , 连接 DH , 若正方形的边长为 4 , 则线段 DH 长度的最小值是 _____.



【答案】 $2\sqrt{5} - 2$

【解析】 以 AB 为直径画半圆，圆心为点 O ，连接 OD ，交半圆于点 H ，连接 AH 并延长交 BD 于点 P ，连结 BH ，

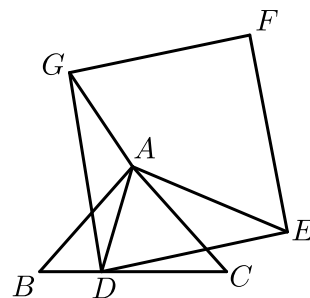


$\because AB$ 为直径，且 $AB = 4$ ，
 $\therefore AO = \frac{1}{2}AB = 2$ ， $\angle AHB = 90^\circ$ ，
 $\therefore OD = 2\sqrt{5}$ ，
 $\because H$ 为半圆上一点，
 $\therefore (OH + HD)_{\min} = OP = 2\sqrt{5}$ ，
 $\therefore HD_{\min} = 2\sqrt{5} - 2$ 。

【标注】 【知识点】 正方形的性质

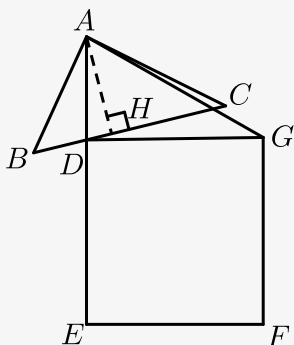
【知识点】 圆周角定理以及应用

13. 如图，已知 $\triangle ABC$ 中， $\angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 6$ ， D 为 BC 边一点，且 $BD : DC = 1 : 2$ ，以 D 为一个顶点作正方形 $DEFG$ ，且 $DE = BC$ ，连接 AE ，将正方形 $DEFG$ 绕点 D 旋转一周，在整个旋转过程中，当 AE 取得最大值时 AG 的长为 _____。



【答案】 $2\sqrt{23}$

【解析】 如图，



当A、D、E三点在同一直线上，且点D在线段AE上时，AE最大，

此时 $\angle ADG = 180^\circ - \angle ADB = 90^\circ$ ，

$\because \angle BAC = 90^\circ$ ， $AB = AC = 6$ ，

由勾股定理得 $BC = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$ ，

$\because DE = BC$ 且四边形DGFE为正方形，

$\therefore DE = DG = GF = FE = 6\sqrt{2}$ ，

$\because BD : DC = 1 : 2$ ，

$\therefore BD = \frac{1}{3}BC = 2\sqrt{2}$ ， $DC = \frac{2}{3}BC = 4\sqrt{2}$ ，

作 $AH \perp BC$ 于点H，

则 $AH = HB = HC = 3\sqrt{2}$ ，

$\therefore DH = BH - BD = \sqrt{2}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle AHD$ 中， $AD = \sqrt{AH^2 + DH^2} = 2\sqrt{5}$ ，

在 $\text{Rt}\triangle ADG$ 中， $AG = \sqrt{AD^2 + DG^2} = 2\sqrt{23}$ 。

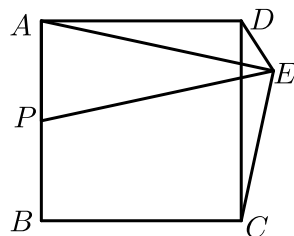
【标注】【知识点】正方形的性质

【知识点】旋转的性质

【知识点】旋转性质综合应用

【能力】推理论证能力

14. 正方形ABCD的边长为4，E为正方形外一动点， $\angle AED = 45^\circ$ ，P为AB中点，则线段PE的最小值是_____。



【答案】 $2\sqrt{2} - 2$

【解析】 $\because AD = 4, \angle AED = 45^\circ$,

$\therefore E$ 点轨迹是圆，连接 AC 、 BD 交于点 O ，

$\therefore \angle AOD = 90^\circ$ ，

$\therefore O$ 点即为轨迹圆的

圆心，半径

$$r = \frac{4}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}.$$

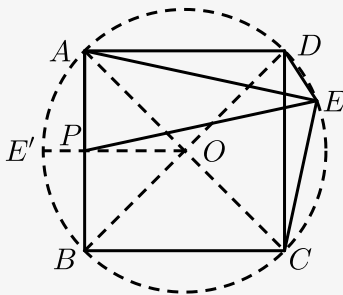
连接 OP 并延长交 $\odot$

O 于点 E' ，

$\therefore P$ 为 AB 中点，

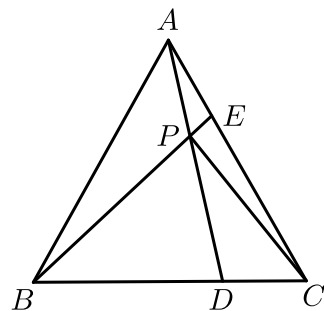
$$\therefore OP = \frac{1}{2}AB = 2,$$

$\therefore$ 线段 PE 的最小值 $PE' = 2\sqrt{2} - 2$.



【标注】【知识点】圆中最值

15. 如图，在边长为 $2\sqrt{3}$ 的等边 $\triangle ABC$ 中， $AE = CD$ ，连接 BE 、 AD 相交于点 P ，则 CP 的最小值为 _____。



【答案】 2

【解析】 由 $AE = CD, \angle ACD = \angle BAE = 60^\circ, AC = BC$ ，

可得 $\triangle BAE \cong \triangle ACD$ ，

$\therefore \angle DAC = \angle ABE$ ，

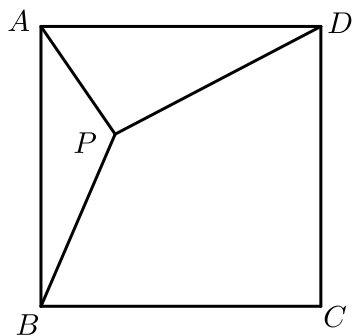
$\therefore \angle APB = \angle DAC + \angle BEA = \angle ABE + \angle BEA = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle APB = 120^\circ$ 保持不变， $\angle APB$ 所对边 AB 也保持不变，

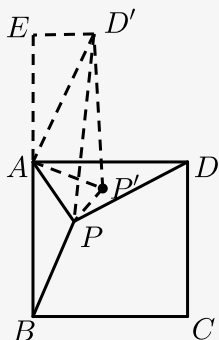
$\therefore$ 点 P 在如图所示的圆上运动。

$\therefore \angle APB = 120^\circ$ ，

$\therefore \angle AQB = 60^\circ$ ，

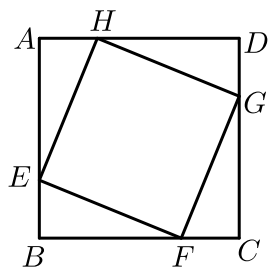


$$\begin{aligned}
&\therefore \angle DAB = 90^\circ, \\
&\therefore \angle D'AB = \angle D'AD + \angle DAB = 150^\circ, \\
&\therefore \angle EAD' = 30^\circ, \\
&\therefore ED' = \frac{1}{2}AD' = 2, AE = \frac{\sqrt{3}}{2}AD' = 2\sqrt{3}, \\
&\therefore BE = AB + AE = 4 + 2\sqrt{3}, \\
&\therefore BD' = \sqrt{D'E^2 + BE^2} = 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}, \\
&\text{即 } AP + BP + DP \text{ 的最小值为 } 2\sqrt{2} + 2\sqrt{6}.
\end{aligned}$$



【标注】【知识点】线段和的最小值

17. 如图，正方形 $ABCD$ 的边长为 8cm ， E, F, G, H 分别是 AB, BC, CD, DA 上的动点，且 $AE = BF = CG = DH$ ，则四边形 $EFGH$ 面积的最小值是 _____ cm^2 .



【答案】 32

【解析】 $\because$ 四边形 $ABCD$ 是正方形，

$$\therefore \angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ, AB = BC = CD = DA,$$

$$\therefore AE = BF = CG = DH,$$

$$\therefore AH = BE = CF = DG,$$

在 $\triangle AEH$ ， $\triangle BFE$ ， $\triangle CGF$ 和 $\triangle DHG$ 中，

$$\begin{cases}
AE = BF = CG = DH \\
\angle A = \angle B = \angle C = \angle D, \\
AH = BE = CF = DG
\end{cases}$$

$$\therefore \triangle AEH \cong \triangle BFE \cong \triangle CGF \cong \triangle DHG (SAS),$$

$$\therefore EH = FE = GF = GH, \angle AEH = \angle BFE,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是菱形,

$$\therefore \angle BEF + \angle BFE = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle BEF + \angle AEH = 90^\circ,$$

$$\therefore \angle HEF = 90^\circ,$$

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 是正方形,

设四边形 $EFGH$ 面积为 S , 设 $BE = x \text{ cm}$, 则 $BF = (8 - x) \text{ cm}$,

根据勾股定理得, $EF^2 = BE^2 + BF^2 = x^2 + (8 - x)^2$,

$$\therefore S = x^2 + (8 - x)^2 = 2(x - 4)^2 + 32,$$

$$\therefore 2 > 0,$$

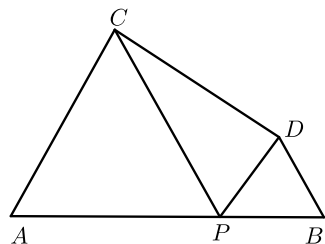
$\therefore S$ 有最小值,

当 $x = 4$ 时, S 的最小值 = 32,

$\therefore$ 四边形 $EFGH$ 面积的最小值为 32 cm^2 .

【标注】【知识点】正方形与全等综合

18. 如图, 已知 $AB = 10$, P 是线段 AB 上的任意一点, 在 AB 的同侧分别以 AP 、 PB 为边作等边三角形 APC 和等边三角形 PBD , 则 CD 的最小值是 _____.



【答案】 5

【解析】 如图过 C 作 $CC' \perp AB$ 于 C' , 过 D 作 $DD' \perp PB$ 于 D' , 过 D 作 $DQ \perp CC'$ 于 Q

显然 $DQ = C'D' = \frac{1}{2}AB = 5$, $CD \geq DQ$,

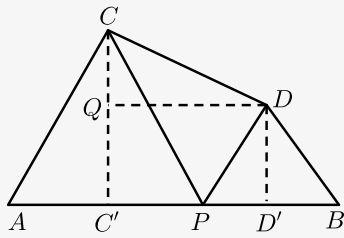
$$\therefore CD = \sqrt{C'D'^2 + CQ^2},$$

$\therefore CQ = 0$ 时, CD 有最小值,

当 P 为 AB 中点时, 有 $CD = DQ = 5$,

$\therefore CD$ 长度的最小值是 5.

故答案为: 5.

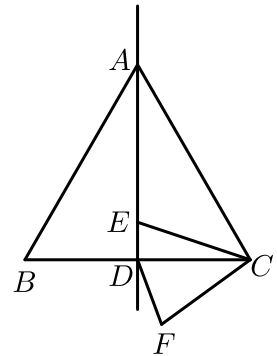


【标注】【知识点】勾股定理与实际问题

【知识点】勾股定理的综合应用

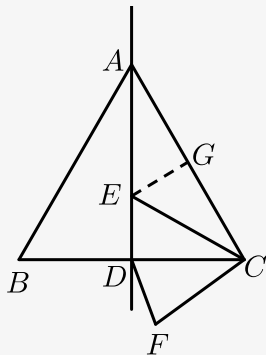
【知识点】等边三角形的性质

19. 如图，边长为10的等边三角形 ABC 中， E 是对称轴 AD 上的一个动点，连接 EC ，将线段 EC 绕点 C 逆时针旋转 60° 得到 FC ，连接 DF ．则在点 E 运动过程中， DF 的最小值是 _____ ．



【答案】 2.5

【解析】取 AC 的中点 G ，连接 EG ，



$\because$ 旋转角为 60° ，

$\therefore \angle ECD + \angle DCF = 60^\circ$ ，

又 $\because \angle ECD + \angle GCE = \angle ACB = 60^\circ$ ，

$\therefore \angle DCF = \angle GCE$ ，

$\because AD$ 是等边 $\triangle ABC$ 的对称轴，

$\therefore CD = \frac{1}{2}BC$ ，

$$\therefore CD = CG,$$

又 $\because CE$ 旋转到 CF ,

$$\therefore CE = CF,$$

在 $\triangle DCF$ 和 $\triangle GCE$ 中,

$$\begin{cases} CG = CD \\ \angle GCE = \angle DCF, \\ CE = CF \end{cases}$$

$$\therefore DF = EG,$$

根据垂线段最短, $EG \perp AD$ 时, EG 最短, 即 DF 最短,

$$\text{此时} \angle CAD = \frac{1}{2} \times 60^\circ = 30^\circ, AG = \frac{1}{2} AC = \frac{1}{2} \times 10 = 5,$$

$$\therefore EG = \frac{1}{2} AG = \frac{1}{2} \times 5 = 2.5,$$

$$\therefore DF = 2.5.$$

故答案为: 2.5.

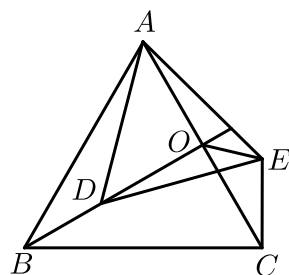
【标注】【能力】推理论证能力

【知识点】旋转的性质

【知识点】垂线段最短

【知识点】SAS

20. 如图, 已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形, 点 O 是 AC 的中点, 点 D 在射线 BO 上, 连接 OE , EC , 若 $AB = 4$, 则 OE 的最小值为 _____.



【答案】1

【解析】 $\because \triangle ABC$ 的等边三角形, 点 O 是 AC 的中点,

$$\therefore OC = \frac{1}{2} AC, \angle ABD = 30^\circ,$$

$\because \triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 均为等边三角形,

$$\therefore AB = AC, AD = AE, \angle BAC = \angle DAE = 60^\circ,$$

$$\therefore \angle BAD = \angle CAE, \text{ 且 } AB = AC, AD = AE,$$

$$\therefore \triangle ABD \cong \triangle ACE \text{ (SAS)}$$

$$\therefore \angle ACE = 30^\circ = \angle ABD ,$$

当 $OE \perp EC$ 时, OE 的长度最小,

$$\therefore \angle OEC = 90^\circ , \angle ACE = 30^\circ ,$$

$$\therefore OE_{\text{最小值}} = \frac{1}{2}OC = \frac{1}{4}AB = 1 ,$$

故答案为: 1 .

【标注】【知识点】SAS

【知识点】等腰三角形的性质-三线合一

【知识点】等边三角形的性质

【能力】运算能力